

Unit (2)

Chapter.

Straight line. (सक रेखा)

① बिन्दुओं $(4, 2, 1)$ तथा $(3, 2, -1)$ से जाने वाली रेखा का समीकरण ज्ञात करो और दिखाओ कि यह रेखा, समतल, $6x - 4y - 3z + 8 = 0$ पर लम्ब है।

Solution. बिन्दुओं $(4, 2, 1)$ तथा $(3, 2, -1)$ से जाने वाली रेखा का समीकरण,

$$\frac{x-4}{4-3} = \frac{y-2}{2-2} = \frac{z-1}{1+1}$$

$$\text{या, } \frac{x-4}{1} = \frac{y-2}{0} = \frac{z-1}{2} \quad \text{--- (1)}$$

रेखा (1) के दिक्-अनुपात, $1, 0, 2$ तथा समतल, $6x - 4y - 3z + 8 = 0$ के मानक के दिक्-अनुपात, $6, -4, -3$

∴ प्रगतिशील, रेखा (1), समतल $(6x - 4y - 3z + 8)$ पर लम्ब है।

$$\therefore a_1 a_2 + b_1 b_2 + c_1 c_2 = 0$$

$$1 \times 6 + 0 \times (-4) + 2 \times (-3) = 0$$

$$6 + 0 - 6 = 0$$

$$0 = 0$$

∴ मानक रेखा, समतल पर लम्ब है।

② संरम रेखाओं,

$$\frac{x-3}{3} = \frac{y-8}{-1} = \frac{z-3}{1}$$

$$\text{तथा, } \frac{x+3}{-3} = \frac{y+7}{2} = \frac{z-6}{4}$$

के बीच की दूरी ज्ञात करो।

Solution. $-2+in$ सूरी (S.D.) $= \frac{\Delta}{\sqrt{S}}$

$$\Rightarrow \Delta = \begin{vmatrix} x_2 - x_1 & y_2 - y_1 & z_2 - z_1 \\ l_1 & m_1 & n_1 \\ l_2 & m_2 & n_2 \end{vmatrix}$$

$$\begin{vmatrix} -3-3 & -8-7 & -3+6 \\ 3 & -1 & 1 \\ -3 & 2 & 4 \end{vmatrix}$$

$$\begin{vmatrix} -6 & -15 & 3 \\ 3 & -1 & 1 \\ -3 & 2 & 4 \end{vmatrix} = 270$$

$$\begin{aligned} \Rightarrow S &= (m_1 n_2 - m_2 n_1)^2 + (n_1 l_2 - n_2 l_1)^2 + (l_1 m_2 - l_2 m_1)^2 \\ &= (-4-2)^2 + (-3-12)^2 + (6-3)^2 \\ &= 36 + 225 + 9 \\ &= 270 \end{aligned}$$

$$\therefore \text{S.D.} = \frac{\Delta}{\sqrt{S}} = \frac{270}{\sqrt{270}} = \sqrt{270} = 3\sqrt{30}$$

③ उन रेखाओं के बीच कोण सात कीजिए जिनके डिक् अक्षों पर (2,3,4) और (3,4,5) हैं।

Solution. $\cos \theta = \frac{a_1 a_2 + b_1 b_2 + c_1 c_2}{\sqrt{a_1^2 + b_1^2 + c_1^2} \cdot \sqrt{a_2^2 + b_2^2 + c_2^2}}$

$$= \frac{2 \times 3 + 3 \times 4 + 4 \times 5}{\sqrt{4+9+16} \cdot \sqrt{9+16+25}} = \frac{38}{5\sqrt{58}}$$

$$\Rightarrow \theta = \cos^{-1} \left(\frac{38}{5\sqrt{58}} \right)$$

④ उस रेखा का समीकरण ज्ञात करो जो बिन्दु $(2, 3, -1)$ से होकर जाता है तथा रेखाओं, $\frac{x-4}{3} = \frac{y+3}{2} = \frac{z-1}{4}$

तथा, $\frac{x+2}{1} = \frac{y-1}{3} = \frac{z+4}{4}$

पर लम्ब है।

Solution. माना, अभीष्ट रेखा के दिक् अक्षर, l, m, n है।

∴ अभीष्ट रेखा, दी हुई रेखाओं पर लम्ब है।

$$\therefore 3l + 2m + 4n = 0$$

$$\text{तथा, } l + 3m + 4n = 0$$

वह इसी विधि से,

$$\frac{l}{8-12} = \frac{m}{4-12} = \frac{n}{9-2}$$

$$\frac{l}{-4} = \frac{m}{-8} = \frac{n}{7}$$

$$\frac{l}{4} = \frac{m}{8} = \frac{n}{-7}$$

अतः अभीष्ट रेखा का समीकरण जो बिन्दु $(2, 3, -1)$ से होकर जाता है, तथा जिनके दिक् अक्षर, $4, 8, -7$ है।

$$\frac{x-2}{4} = \frac{y-3}{8} = \frac{z+1}{-7}$$

⑤ बिन्दु $(1, 2, 3)$ से होकर जाने वाली तथा रेखा, $x-y+z=5$ और $3x+y+z=6$ के समांतर रेखा का समीकरण ज्ञात कीजिए।

Solution. माना, अभीष्ट रेखा के दिक् अक्षर l, m, n है।

∴ अभीष्ट रेखा, दी हुई रेखाओं के समांतर है।

$$\therefore l - m + 2n = 0$$

$$\text{दिया, } 3l + m + n = 0$$

दिए गए दो विधि हैं,

$$\frac{l}{-1-2} = \frac{m}{6-1} = \frac{n}{1+3}$$

$$\frac{l}{-3} = \frac{m}{5} = \frac{n}{4}$$

अतः अभीष्ट रेखा का समीकरण जो बिंदु $(1, 2, 3)$ है
 निकाला जाता है तथा इसके लिए मान $-3, 5, 4$ है।

$$\frac{x-1}{-3} = \frac{y-2}{5} = \frac{z-3}{4}$$